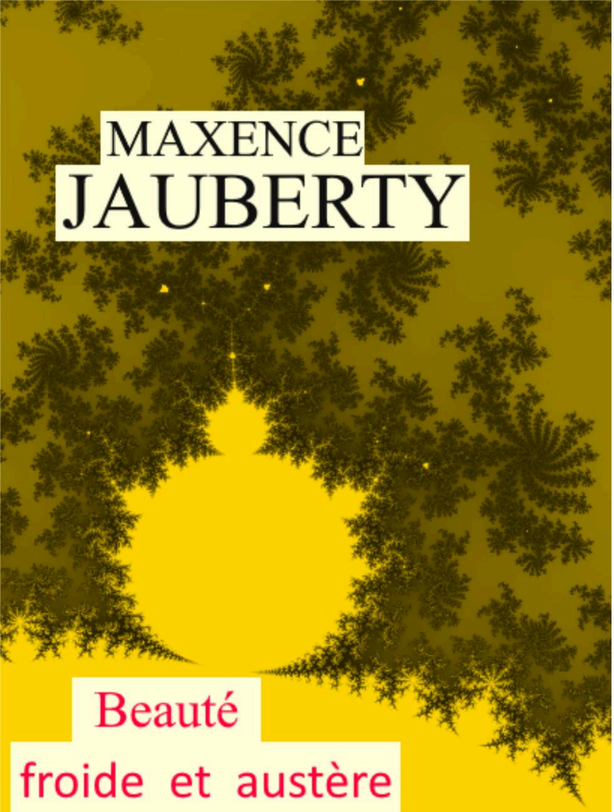


MAXENCE JAUBERTY

Beauté froide et austère

le récit d'amour mathématique

BEAUTE
FROIDE ET AUSTERE

Le récit d'amour mathématique

MAXENCE JAUBERTY

BEAUTE
FROIDE ET AUSTERE

Le récit d'amour mathématique

TABLE DES MATIERES

PREFACE

Froides mathématiques, discipline abstraite et sans attache bien qu'utilitaire : elles sont pour beaucoup un cauchemar, pour quelques chanceux une relaxation et pour des illuminés une forme d'art. Des images des mathématiques, on en dénombre autant qu'il y a d'individus. Elles sont plurielles et changeantes. En cela, je ne pourrais décrire correctement les mathématiques, mais seulement l'approche que j'ai pu en avoir.

Enfant, je comptais sur mes doigts pensant savoir ce qu'était un nombre. J'ai passé des centaines et des centaines d'heures à étudier les mathématiques, et maintenant, je ne suis plus certain de le savoir. Un nombre, aussi trivial qu'il puisse paraître, a nécessité tant d'abstraction à sa construction. C'est en cela que les mathématiques sont distinguées, elles sont des interfaces les plus strictes et les plus construites entre notre pensée et notre réalité.

Comment mes deux doigts partagent le même sens que le nombre "2" et comment puis-je prédire l'intersection de deux droites, ou le comportement de systèmes plus complexes, à l'aide d'un même outil de la pensée ?

Ce n'est pas une beauté purement esthétique que je souhaite vous décrire. On verra dans les symboles utilisés, des images agréables selon les sensibilités. Plus subtilement, on remarque dans toute preuve une gymnastique de la pensée, un mouvement ainsi qu'un enchaînement, éventuellement des rebonds et des rebondissements. On observe avec fascination la concordance de la pensée, de l'abstraction avec la réalité, des relations natives des mathématiques et des propriétés intrinsèques de notre univers.

Là réside la beauté que je souhaite vous exprimer, celle des relations et celle de l'élégance d'un raisonnement. Vous, anciens lycéens, collégiens, qui avez quitté ce monde de nombres, d'arithmétique, d'analyse de fonctions sans connaître ni topologie ni homéomorphisme, ni théorie des groupes ni espaces vectoriels. Tant de noms qui vous font peut-être peur et qui enseignent pourtant les relations entre les choses des mathématiques, les objets que vous avez manipulés et la complétude de l'intuition et du raisonnement mathématique.

Aux initiés de ces pratiques obscures que l'on nomme mathématiques, vous connaissez que trop bien ces relations alchimiques, alors, je l'admets, votre découverte dans ces écrits sera moindre. Mais pas sans intérêt, n'y a-t-il pas derrière toute évidence, une fermeture de l'esprit ? Parlez et découvrez les mathématiques des autres, on y trouve des incertitudes et des trivialités, et parfois des surprises qui nous apprennent l'humilité, chaque découverte mathématiques est une réussite inattendue de la pensée.

Voilà mon objectif dans ce court essai de vulgarisation : vous introduire mon monde mathématique ; mes brèves connaissances ; mes furtives impressions saisissantes ; et la beauté que j'ai perçue tant par la lecture que par l'écriture de tous ces symboles abstraits.

Puis-je lire cet essai ?

Laissez-moi vous faire signer un contrat ! Il est important pour vous, et pour moi de le respecter. Votre part du contrat, c'est de lire et d'essayer de comprendre. Devez-vous tout comprendre ? Non, bien sûr. Il m'a fallu au moins dix années pour être à l'aise avec toutes les mathématiques que je vous présente. N'hésitez pas à prendre un bout de papier, un crayon de papier et noter les mathématiques que vous pouvez manipuler. Tout mathématicien cité sera présenté dans l'index. Tout le monde est bienvenu, quel que soit son âge. Néanmoins, les collégiens rencontreront peut-être des difficultés à la lecture de cet essai.

Qu'avez-vous en échange de cette lecture active ? Je vous présenterai le plus simplement - j'espère- les mathématiques qui ont façonné ma sensibilité mathématique. Imaginez que je vous emmène dans ma galerie mathématique, que je vous guide et que je vous raconte les petites histoires.

-Je suis mauvais en mathématique.

Il n'y a pas que des peintres dans les galeries ou dans les musées. En tant que guide éclairé, je sais qu'il n'y aura pas que des mathématiciens qui me liront. Cet essai est assez peu mathématique, vous ne serez pas contraint à faire des mathématiques.

Nous en revenons à notre contrat. En tournant la page de cette préface, vous acceptez, vous signerez notre contrat et je vous guiderai dans ma galerie mathématique.

1

DES INTERFACES

Si aujourd'hui, la plus profonde abstraction est exigée, quitte à s'éloigner de postulats existants, à l'aube des mathématiques, on répondait premièrement à des questions réelles. Les premières traces de mathématiques telles qu'on les connaît aujourd'hui date du XVIIème siècle. Avant cela, les premières civilisations qui ont démontré un intérêt pour les mathématiques en tant que discipline de raisonnement étaient les Egyptiens ou les Grecs.

Et alors, à ces périodes, les domaines étudiés étaient principalement l'arithmétique (l'étude des nombres entiers, et éventuellement de leurs fractions) et la géométrie. Deux sujets qui faisaient donc appel à un rapport concret avec le monde. Les Grecs par exemple se poseront de nombreuses questions sur la traçabilité de certaines constructions géométriques. La très célèbre quadrature du cercle est en effet l'un des problèmes de l'Antiquité :

Problème [Quadrature du cercle]

Soit un disque donné, peut-on tracer un carré de même surface au compas et à la règle ?

Cela peut-être ne vous choque pas, mais ce postulat est en fait révélateur de la différence entre les mathématiques que l'on faisait et celle que l'on fait désormais. Dans cet énoncé mathématique, on énonce explicitement des conditions d'application. Cette construction *devra* être réalisée au compas et à la règle, non graduée par ailleurs. Autrement dit, le réel est inclus dans la problématique mathématique, elle ne s'en détache pas.

J'ai appris plus tard que les mathématiciens avaient un regard sur le concret. Avant cela, j'étais étonné qu'un mathématicien puisse s'en soucier. Enfant, je ne voyais rien de concret dans les dénominations mathématiques comme 0,1,2… ou +,-… etc…

Je suis en maternelle. Ma maîtresse cherche du regard tous les élèves. J'avais pris la peine d'esquiver ses yeux, je ne veux pas qu'elle m'interroge. « Maxence ! Viens nous écrire les nombres de zéro à neuf. » J'ai comme une boule au ventre, je ne peux pas vraiment dire pourquoi. Je saisis d'une petite main, d'un petit geste, la craie jaune du tableau. Hésitant, je dessine une forme ovale et, avec de la retenue, je commente « Zéro ». Un à un, j'écris des formes qui ne faisaient aucun sens pour moi et je m'efforce d'énoncer le lien brutal qu'on m'impose. 0 est zéro.

Pourtant, j'avais bien compris ce qu'était un nombre. Concrètement, c'était un outil de comptage. Je regardais ma boîte à jouets vide, je constatais que cela était bien différent du moment où il y en avait un, ou deux ou plus. Autrement dit, zéro était le vide pour moi, tandis qu'un était un vide un peu rempli et ainsi de suite. Enfant, j'étais alors troublé, j'apprenais une nouvelle langue.

Aujourd'hui, je peux compter, écrire des nombres aussi gros que l'univers me le permette. En échange de cette aisance dans cette langue, je ne suis plus certain de pouvoir définir un nombre en-dehors de ce système. Evidemment, vous me demandez la définition d'un nombre, je vous dirais qu'il s'agit d'un élément appartenant plus généralement à un ensemble d'éléments vérifiant des propriétés de stabilité et éventuellement de comparaisons entre eux, sans rentrer profondément dans la technique. Néanmoins, concrètement, c'est quoi un nombre ? L'enfant en moi répondrait peut-être plus rapidement.

La difficulté de la définition concrète d'un nombre, c'est justement qu'il n'est qu'un concept. Levez un doigt de votre main, mettez un objet dans une boîte vide, vous avez la même quantité 1. On peut remarquer néanmoins que c'est un concept qui permet de dénombrer, de quantifier. Concrètement, la définition majeure d'un nombre sera premièrement la quantité que l'on peut comparer.

Quand je pense à ces quelques nombres que je gratte maladroitement sur le tableau de ma maîtresse, je revois alors mes BDs d'Astérix et Obélix. « II » était mentionné sur l'une des pages. Je suis d'abord confus. Que signifie ces deux barres droites ? Mon frère m'explique qu'il s'agit du nombre deux. Et alors, perplexe, j'écris sur un bout de papier « 2 ». Je lui ai montré presque fier. Déjà, j'ai réussi à refaire le nombre, et puis je viens de contredire mon frère. Amusé, il m'explique simplement qu'il s'agit de nombres romains, qu'il existe différents types de nombres. J'accepte un peu malgré moi. Je manipule donc des nombres arabes, qui sont en fait des nombres indiens.

Et c'est bien cela qui me fait aimer les nombres. Ils n'ont a priori rien de concret excepté la forme qu'on leur donne. A travers les mathématiques, on donne une existence à ce concept. C'est pour cela que je me retrouve parfois à me dire que je continue à manipuler des sacs de bonbons alors que je parle d'un nombre comme π. Ces nombres n'ont a priori rien de concret. Pourtant, on voit dans les civilisations - qui ont fait des mathématiques - les mêmes nombres à des formes près, des fractions, des entiers et des constantes fondamentales. Le nombre π est apparu dès l'ère babylonienne puis est apparu dans toutes les civilisations qui ont étudié la géométrie, comme s'il était un paysage, une étoile, quelque chose d'observable.

J'ai à peine 10 ans, je découvre qu'il y a des milliers d'années des mathématiques existaient. Je fais des calculs, une personne en Mésopotamie avait fait les mêmes calculs un jour. Cela me donne un vertige profond.

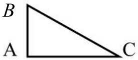
Comme l'art, on trouve ses traces dans diverses régions, de diverses époques. En Mésopotamie, on a pu retrouver des tablettes où un système numérique figure. En Asie, on a pu retrouver, notamment, des écrits mathématiques datant de 1000 à 2000 ans avant notre ère. Ainsi que d'autres domaines comme l'art, la philosophie ou même la construction, des mathématiques se sont développées dès qu'il y a eu une civilisation. Ces mathématiques pourtant plurielles ne sont pas si différentes. En Mésopotamie, il n'existait pas encore une démarche mathématique comme elle sera introduite par le peuple Grec. Cependant, ils observaient et, par une démarche empirique, trouvaient des relations. Le célèbre théorème de Pythagore[1] qui relie les côtés d'un triangle rectangle a été découvert plus d'une fois dans d'autres civilisations. Autrement dit, de mathématiques a priori différentes, on construit des théorèmes ou des relations qui sont identiques.

Observez par exemple l'art, des cultures différentes, des lieux différents produisent des résultats différents. Il en va de même pour la philosophie. On remarque les différences entre les philosophies Grecque et Chinoise, le Socratisme se distingue du Confucianisme. Alors, pour quelle raison, les mathématiques produisent les mêmes résultats ?

Aujourd'hui, la méthode Grecque a imprégné nos raisonnements. Le raisonnement par induction. Nous admettons peu de choses et nous en déduisons plus. Euclide définissait dans *Les Eléments*, les axiomes fondamentaux de la géométrie qui permet ensuite par des raisonnements logiques de déduire tous les résultats géométriques. A priori, les Mésopotamiens théorisaient moins les mathématiques, ce qui ne les a pas empêchés d'observer diverses relations mathématiques et arithmétiques. Voilà ce qui est universel dans la conception et, finalement les résultats, mathématiques. Prenons l'exemple du théorème de Pythagore.

Théorème [de Pythagore]

Soit ABC un triangle rectangle en A, on a : $AB^2+AC^2=BC^2$



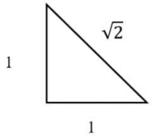
En tant que Pythagore, je vais m'empresser à l'aide de mes postulats de base de démontrer par syllogisme mon théorème. En tant que mésopotamien, lors de mes constructions, je vais avoir besoin de connaître la longueur de l'hypoténuse. Au fil du temps, je remarque une relation : $AB^2+AC^2 = BC^2$. Elle semble fonctionner.

C'est après des années que j'ai mis le doigt sur ce qui m'avait plu quand j'ai commencé les mathématiques. C'était l'étrange consensus qu'il y avait sur les bases de la discipline. Tout semblait si juste et si bien construit que l'ensemble d'une communauté s'était mis d'accord. Plus profondément, il y avait eu des mathématiciens pour ouvrir la voie et exhiber les relations de ce monde. Voilà un travail admirable. D'autres ensuite ont pu clarifier formellement ces idées, ces relations. Finalement, c'était là le premier amour des mathématiques, trouver le lien juste qui pourra être démontré. Autrement, traverser l'interface du réel au monde mathématiques, c'était là le premier effort de la discipline et sa première beauté.

Dès lors que l'on traverse cette interface, nous entrons dans un autre monde dans lequel on peut évoluer indépendamment de notre observation de la réalité. Si on y mesure, nous sommes nécessairement limités à une certaine précision. Les valeurs qu'on observe dans le monde seront toujours décimales.

Les Grecs vont étudier principalement les nombres entiers. Ils accepteront dans leurs mathématiques les fractions d'entiers sans pour autant les assimiler à des nombres. Pour eux, toute chose s'exprimait par des entiers ou des ratios d'entiers. Cependant, les pythagoriciens vont voir leur monde se bouleverser lors de l'étude de ce triangle rectangle.

On trouve une valeur particulière pour l'hypoténuse de ce triangle d'après le théorème de Pythagore : $\sqrt{2}$, la racine carrée de 2. Un pythagoricien a démontré que ce nombre ne pouvait pas s'écrire comme ratio d'entiers. Ce à quoi ses codisciples ont décidé de le jeter dans la mer.



***

Un ratio d'entier est une fraction d'entier. Il existe des nombres qui ne peuvent s'écrire de cette manière, on dit alors qu'ils sont *irrationnels*. Si on pense en gâteaux, il n'existe aucune découpe de gâteaux qui permet de manger $\sqrt{2}$ de gâteau. Autrement dit, nos nombres en entier ne permettent pas de compter ce nombre.

***

Ce sont les mathématiciens arabes au Moyen-Âge qui vont étendre la définition d'un nombre avec la naissance de l'algèbre. Les propriétés d'un nombre sont principalement les relations qu'il a avec les autres nombres. Par exemple, l'ensemble des rationnels sera formellement un ensemble de nombres tel que l'on puisse inverser pour la multiplication chaque nombre entier. Autrement dit : si on prend 2, on définit dans les rationnels ½ qui est le nombre tel que $2 \times \frac{1}{2} = 1$.

Ainsi, on définira les nombres pour vérifier des propriétés mathématiques et assurer une cohérence au sein de cet univers plutôt que de décrire directement le réel. C'est une résolution assez excitante car elle donne une nouvelle saveur aux mathématiques, celle de l'imaginaire. Elles ne constituent plus une interface traductrice uniquement, on y crée de ce côté, on y imagine des nombres qui n'existent pas.

Nous avons parlé des rationnels, il existe des irrationnels $\sqrt{2}$ par exemple. L'ensemble de tous ces nombres, irrationnels ou rationnels, est appelé l'ensemble des réels **R**. Il s'agit de tous les nombres que l'on pourrait imaginer dans notre univers sans troncature. Remarquons néanmoins que certains de ces nombres-là ne peuvent être complètement observés dans notre monde. L'exemple très connu du nombre π devrait vous parler, on est capable aujourd'hui de calculer des milliards de ses décimales. Et pourtant, nous ne pouvons toujours pas l'observer tel qu'il est décrit en mathématiques, nous sommes obligés de le tronquer.

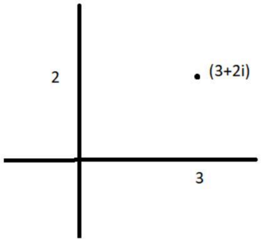
Je suis en terminale, mon professeur note sur le tableau une lettre qui change ma définition d'un nombre « i ». Et soudain, comme si l'on venait de briser les mathématiques devant moi, je suis pris d'un sentiment de trahison. Mon professeur vient d'écrire

$$i^2 = -1$$

Rappelez-vous vos premiers cours de calcul. « Moins par moins, ça fait plus » et « Plus par plus, ça fait plus. ». Prenez un nombre positif ou négatif, son carré sera toujours positif. Ce « i » vient de rompre les fondements calculatoires que j'ai pu développer.

i pour « imaginaire », ce nombre avait été créé pour vérifier cette égalité $i^2 = -1$. Un nombre chargé plein de mystère qui ne sera défini que par cette lettre et cette égalité. C'était la rupture de ma conception d'un nombre, il n'avait aucune existence dans notre réalité, aucun représentant. Plus que ça, il venait avec un lot de conception contradictoire dans notre réalité.

Et ainsi, on définit les nombres complexes **C**, les nombres qui s'écrivent comme une somme a + ib où a et b sont deux nombres réels. A la différence des nombres réels, nous avons besoin de deux informations pour définir un nombre complexe, a et b.



On peut représenter les nombres complexes sur un plan. Contrairement aux nombres réels que l'on peut représenter sur une droite. Et ainsi, nous pouvons par des calculs faire de la géométrie.

Je me rappelle me demander qu'est-ce justifier cette manigance. Ces nombres n'ont aucune raison à priori d'être utilisé en mathématiques tant ils sont en contradiction avec notre réalité. De la même manière que les nombres négatifs sont un outil de passage, les nombres complexes servent à déterminer des solutions existantes à nos problèmes.

Equation du troisième degré

On appelle équation du troisième degré (réduite) l'équation suivante :

$$\boldsymbol{x^3 + cx = d}$$

La seule solution réelle positive est :

$$\boldsymbol{x} = \sqrt[3]{\frac{\boldsymbol{d}}{2} + \sqrt{\frac{\boldsymbol{d}^2}{4} + \frac{\boldsymbol{c}^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{\boldsymbol{d}}{2} - \sqrt{\frac{\boldsymbol{d}^2}{4} + \frac{\boldsymbol{c}^3}{27}}}$$

Si nous étudions $x^3 - 15x = 4$. Ici, c = -15 et d = 4. Remplaçons alors dans notre formule

Nous trouvons comme solution :

$$\boldsymbol{x} = \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}}$$

Nous pouvons noter $i = \sqrt{-1}$ et donc

$\boldsymbol{x} = \sqrt[3]{2 + 11\boldsymbol{i}} + \sqrt[3]{2 - 11\boldsymbol{i}}$**.**

Si on développe les calculs, on montre que :

$$x = 4$$

Et, en effet, 4 est solution de notre équation. Notre excursion par les complexes nous a permis de déterminer une solution existante réellement à notre problème.

Voilà une conclusion magnifique, les mathématiques concrètes, celles qui s'appuient sur les constats réels, sur les mesures de notre monde sont insuffisantes. Tout le jeu mathématique consiste à travailler sur cette interface au réel. D'un côté, notre monde où ne verra jamais un nombre négatif et encore moins un nombre complexe ; de l'autre côté, le monde mathématique dans lequel on transgresse les principes concrets de la géométrie, où les nombres peuvent devenir purement imaginaires ; entre les deux côtés, cette interface qui est véritablement la discipline mathématique, savoir tirer du réel des développements dans l’imaginaire et savoir tirer de l’imaginaire des développements réels.

2

LA BEAUTE DU RAISONNEMENT

Je ne suis pas un grand amateur de football. De fait, lorsque je regarde quelque fois avec des amis lors de soirée, je me retrouve souvent perdu, je ne suis pas vraiment capable de nuancer les actions. Je n'arrive pas vraiment à savoir si l'action est si belle que ça. En mathématiques, ça sera pareil pour quiconque en est extérieur. L'élégance mathématiques vous sera totalement hermétique et vous auriez l'impression de parler avec un fou si j'essayais de vous introduire brutalement cette élégance.

Je regarde naïvement cette relation que je ne peux comprendre, que peu de personnes comprennent, mais que tout le monde connait.

$$E = mc^2$$

Cette formule me reste dans la tête, elle se récite comme un vers. Son auteur ? Un physicien, Albert Einstein[2]. Et pourtant, personne ne la prononce correctement. « E égale m c deux » dit-on, tandis qu'on devrait dire « c carré ». Encore aujourd'hui, je trouve intéressant qu'un consensus se soit formé autour de la prononciation de cette formule.

Ce n'est pas tellement pour la prononciation en elle-même mais plutôt pour ce que ce consensus implique, il y a des formules qui marquent plus que d'autres. Les sciences n'y échappent pas.

On pourrait penser que cela est une préoccupation de non-scientifiques. Et pourtant, Einstein lui-même veillait à faire des formules qui avaient une forme agréable dans la mesure du possible. Leonhard Euler[3] réarrangeait ses formules pour obtenir sans cesse une forme équivalente élégante. Il a introduit de nombreuses notations mathématiques à la fois pour simplifier l'écriture mathématique mais aussi pour la rendre plus agréable à lire.

Le fameux nombre « i » dont nous avons parlé a été noté ainsi par L. Euler. La constante d'Euler aussi « e » qui définit la célèbre fonction exponentielle (d'où on tire des expressions comme « croissance exponentielle »). Un exemple de cet attachement à l'élégance se trouve dans la célèbre « identité d'Euler ».

$$e^{i\pi} + 1 = 0 \quad (*)$$

Ce qu'avait montré exactement Euler était cette relation : $e^{i\pi} = -1$. Cependant, il a trouvé plus intéressant de la mettre sous la première forme équivalente que je vous ai montré. On y retrouve alors 5 constantes fondamentales, avec les trois opérations élémentaires. « i » constante imaginaire, π constante géométrique, e constante fondamentale de l'analyse, 1 et 0 les deux constantes arithmétiques. Autrement dit, à elle seule, cette simple relation réalise un agrégat de 4 domaines mathématiques qui étaient a priori séparés.

Mon professeur de terminale écrit au tableau cette relation qu'il nomme aussi « La plus belle formule des mathématiques ». Elle m'inspire une sorte de vertige, comme si elle faisait appel à des entités si puissantes, si étranges et opposées et pourtant arrangées ici dans un calme, dans l'harmonie d'une équation. Je suis sublimé par la simplicité. Voilà, ce que je trouvais magnifique dans l'œuvre d'Euler, d'Einstein et d'autres. Ils exploraient ce monde si complexe de mathématiques et ils en faisaient des formules aussi simples que 1 + 1 = 2. Ils donnaient de l'ordre à un monde entier qu'on ne comprenait pas.

Ainsi, si certaines formules résonnent davantage dans notre pensée, c'est pour deux raisons majeures : elles résument une théorie avec les termes les plus simples et -pour un mathématicien- les plus évidents. Mais, dans le cas intriguant de la formule d'Einstein, tout le monde remarque cette simplicité. Quelques lettres ont marqué la physique, voilà la force que l'on donne à une formule élégante.

J'ai les nombres pleins les yeux, des rêves de trouver mes formules, mes remarques mathématiques. Je gratte mon papier, de toute mes forces. Et j'invoque toute la rage des calculs.

Ô barbares ennemis

Vils problèmes

D'un stylo aguerri

Je viens mettre un terme.

Ainsi va la guerre, ma feuille en bataille, je regarde perdu mes défaites et mes victoires. Tout cela à quel prix ? J'ai tué un problème.

C'est en classe préparatoire que j'apprends qu'on ne tue pas un problème, on le résout. En fait, on m'avait toujours appris que tuer et résoudre, c'était la même chose. C'est bien différent. On peut se battre avec un problème - et c'est parfois nécessaire- mais j'apprends à troquer la guerre contre le jeu. Le raisonnement mathématique est l'art de jouer avec les problèmes. C'est à partir de ce moment que j'ai pu saisir ce qu'était une démonstration élégante d'une barbare. C'était l'inattendu, l'éclair génie, le « beau jeu » d'un exercice de la pensée.

La meilleure façon de vous introduire cette élégance est encore de vous parler d'un des mathématiciens les plus brillants (et élégants), Carl Friedrich Gauss[3]. Je vous demande ici de vous arrêter dans votre lecture, de sortir un bout de papier avec un crayon

Je vous pose l'exercice suivant :

Exercice : Calculer la somme des 100 premiers nombres, $S = 1+2+\ldots+100$

Solution :

C'est un exercice laborieux. C'est, selon la légende, l'exercice qu'aurait posé le professeur du jeune Gauss quand il était en primaire. Il lui aurait fallu 10 secondes pour trouver la réponse. Comment a-t-il fait ?

Il a voulu commencer par sommer les nombres les plus gros en premier.

$$S = 100+\ldots+2+1$$

Puis il s'est rendu compte en regardant les deux sommes que :

$$\begin{array}{rl} S = & 100 \quad +\ldots+ \; 2 \quad + 1 \\ S = & 1 \quad +\ldots+ 99 \; + 100 \\ S+S = & 101 + \ldots + 101 + 101 \end{array}$$

S'il sommait les deux, il obtiendrait :

$$2S = 101 + \ldots + 101 + 101 = 100\text{x}101$$

Conclusion, il obtient la somme S en divisant par 2. Soit S = 5050.

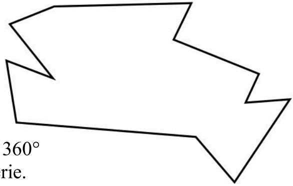
On remarque qu'on pouvait effectivement calculer à la main notre somme. Mais force est de constater l'intelligence d'une telle manipulation. Premièrement, elle contourne l'entière pénibilité de la solution naïve. Deuxièmement, elle se généralise et s'étend donc à une somme quelconque.

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

" This one's from The Book" (Paul Erdos)

Paul Erdos[4], mathématicien hongrois qui a destiné sa vie aux mathématiques, tenait particulièrement à cette beauté dans le raisonnement mathématique. Il avait imaginé « The Book » un livre qui référencerait les démonstrations les plus élégantes de chaque théorème. Erdos voyait dans ces démonstrations des fresques divines, comme si une entité possédait un regard omniscient sur tous les domaines mathématiques. Ainsi, il a proposé en prétendantes nombreuses démonstrations qui ne relèvent pas seulement d'une simplicité comme je vous l'ai montré avec l'exemple de Gauss. Ces démonstrations sont élégantes car elles surprennent par le chemin emprunté dans le raisonnement. Laissez-moi vous présenter des chemins élégants par une preuve de ce fameux Livre.

Problème [de la galerie d'art]

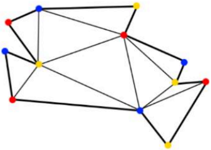


On considère une galerie d'art à un certain nombres de côtés. Ici 12 côtés par exemple. On aimerait savoir combien il faudrait de gardiens au minimum pour que leur vision à 360° couvre l'ensemble de la galerie.

Théorème

Il ne suffit que de 4 gardiens pour le faire.

Preuve



On peut paver notre galerie avec des triangles et réaliser un coloriage à trois couleurs de nos sommets tel que chaque triangle ait des sommets de couleurs différentes.

On répartit nos sommets en trois groupes donc au moins une couleur colore 4 sommets. Ici, par exemple, les points bleus.

Vous vous demandez en quoi cela nous aide, et voilà la surprise. Imaginons que l'on mette des gardiens aux points bleus. Ils seront au sommet de tous les triangles. Or un gardien peut observer une pièce en triangle s'il est à un sommet de ce dernier !

Autrement dit, ainsi placés, nos gardiens couvrent l'entièreté de la galerie. Remarquons comme pour l'exemple de la formule de Gauss, que ce raisonnement se généralise très bien. On peut imaginer une résolution pour un nombre quelconque de mur.

Mon professeur de première me pose ce problème. J'ai pu trouver une solution empirique, et même avec des considérations un peu brouillonnes. Lorsqu'il me montre cette solution, je suis touché et impressionné : c'est d'une clarté saisissante, comme si c'était la preuve, celle de la nature. Plus généralement, ce qu'on a fait est une coloration de graphe, qui s'éloigne du problème de la galerie d'art. Cette preuve donne la furieuse impression de ne pas traiter le problème. Elle se plonge dans sa réflexion et, presque comme une conséquence de celle-ci, vient s'ajouter la preuve de notre problème.

Bien des fois, j'ai pu voir des mathématiciens se creuser la tête pour seulement trouver un bref éclair de génie, un signe divin pour résoudre un problème devenant tentaculaire. Divin ? Cela vous étonne peut-être. Je ne crois pas spécialement en une entité divine. Et pourtant, je crois en l'entité mathématique. Et j'imagine cela très sain pour l'homme de croire en une construction du monde. C'est là qu'est dépassée la barrière entre la science et la croyance : l'élégance d'une construction et la conception divine d'une relation.

Je me rappelle découvrir les travaux de Srinivasa Ramanujan[5], un célèbre mathématicien indien. Il n'y avait que quelques relations cryptiques.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = 1 + 2 + 3 + \cdots = -\frac{1}{12} \quad (*)$$

Ou encore

$$\frac{1}{\pi} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left((2n)!\right)^3 (42n+5)}{2^{12n+4}(n!)^6}$$

Cette relation est monstrueuse. Et pourtant, je ne cesse de la regarder. Elle ne correspond en aucun cas aux critères de beauté que je connais. Elle n’est pas simple, elle est impressionnante. Ramanujan propose des relations si singulières. En regardant cette formule, je me demande : mais pourquoi il y a un 5, pourquoi il y a ce 12n+4 ? Comment avait-il pu en arriver naturellement à une telle conclusion ? Et surtout, que vient faire le nombre pi dans cette drôle de formule, et pourquoi est-il inversé !

Afin d’obtenir une bourse pour ses études, il avait envoyé une lettre de ses résultats au mathématicien britannique Godfrey Hardy[6]. Il était encore inconnu. A la suite de cette lecture, Hardy commentera : « Un seul coup d'œil suffisait à se rendre compte qu'elles ne pouvaient être pensées que par un mathématicien de tout premier rang. Elles devaient être vraies, car si elles avaient été fausses, personne n'aurait eu assez d'imagination pour les inventer ». Les carnets de notes de Ramanujan ont fait pendant près de cent ans des objets d’études mathématiques car il écrivait ses étranges formules sans démonstration par économie de papier. Ce qu’il écrivait était en fait uniquement du bon sens pour lui. Il disait qu’il ne faisait que retranscrire les paroles divines qu’il recevait durant son sommeil.

L'élégance mathématique était finalement la sensation purement épiphanique que je pouvais ressentir. Cette impression immense de ne pas maîtriser les règles du jeu et seulement de les découvrir. Athées convaincus comme Hardy ou Erdos, ou bien fervents croyants comme Ramanujan, tous se retrouvaient dans la croyance commune des mathématiques. Je croyais en l'entité mathématique cela pouvait me satisfaire. J'irai chercher dans la réflexion, la patience et la persévérance ce que j'appelle élégance. Cette curieuse impression que notre construction nous dépasse, que les mathématiques nous dépassent alors que nous les construisons. Je trouverai tant dans la beauté et la simplicité, un signe divin que dans la formule monstrueuse. Toutes deux auront émergé d'une imagination et d'une croyance qui me dépassent.

(*) Remarque : cette formule est factuellement fausse, je vous rassure. 1 + 2 + … sera égal à l'infini. Néanmoins, cette formule était bien présente dans la lettre de Ramanujan à Hardy. Elle est vraie dans certains contextes où on imagine différemment les méthodes de sommation. Hardy a été impressionné du résultat improbable et précis qu'est $-\frac{1}{12}$ qui montrait éventuellement que Ramanujan n'avait pas juste écrit n'importe quoi.

3

L’ART MATHEMATIQUE

Art et mathématiques, deux concepts qui résonnaient en moi, qui résonnent toujours, aujourd’hui encore. J’ai des amis des mathématiques, des sciences et d’autres des arts. Quand je quitte le lycée, j’hésite entre ces deux amours. Une rupture m’est imposée. Après tout, l’essentiel de ma vie, ce sont les études, et on me demande de choisir quelles études je dois faire, quelle vie je compte mener. J’ai finalement abandonné les facultés dans les arts, la littérature, pour aller en classe préparatoire.

Dans le flot de la « prépa », je prends moins le temps d’écrire, de lire. Je ne lis que des mathématiques, je n’écris que des mathématiques. Alors que je pensais appauvrir ma sensibilité artistique par des démarches scientifiques et pragmatiques, je me suis mis à regarder ma pile de brouillon. Cela faisait quelques mois déjà que je passais plusieurs heures par jour à écrire des mathématiques, à lire des mathématiques. Je remarque que j’ai adopté un vocabulaire et surtout un style. J’ai tendance à romancer mes démonstrations. Je n’écris pas une histoire non plus, mais j’y ajoute du dialogue et ma réflexion.

Alors que certains de mes amis font des raisonnements par donc.

A donc B donc C donc D donc E etc…

En fait, je remarque que j'ai appris à varier mes connecteurs logiques, que je leur donne différentes saveurs et valeurs. *A fortiori, ergo, par suite, A priori, donc, ensuite, alors, mais alors, or…* J'apprécie le *A fortiori,* qui est une manière de dire presque avec arrogance « Nous venons en fait de le démontrer ». *On* ne peut faire le constat d'une meilleure manière d'écrire des mathématiques. Laissez-moi vous présenter la notion de continuité :

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0, |x - y| < \delta \ => |f(x) - f(y)| < \varepsilon$$

A priori, on n'y comprend rien. La continuité, c'est la capacité de tracer une courbe d'un seul trait sans coupure. Cette ligne que j'ai écrite en est une traduction mathématique. C'est une construction nécessaire mais l'important est la définition : courbe qui se trace sans coupure. On peut s'engouffrer dans de telles définitions -et c'est parfois nécessaire- mais ne pas toujours y revenir est une question de sensibilité. D'un extrême à un autre, d'une définition mathématique à un raisonnement « avec les mains » dans les limites de validité, il y a une nuance de sensibilité mathématique.

Les mathématiques « sans sensibilité » ou « sans subjectivité » sont des mythes de leur conception utilitaire. Il y a des choix, une présentation et une intention dans toute preuve. Je peux vous démontrer des résultats de dizaines de manières différentes, et moi seul ai ma préférence.

En lisant de la vulgarisation, des articles mathématiques, j’ai découvert que cette préférence devenait centrale dans le travail mathématique. Un exemple parmi d’autres est celui d’Alexandre Grothendieck[8], médaillé Fields français, dont la personnalité atypique a déteint sur ses travaux. Il avait comparé la résolution d’un problème à l’ouverture d’une noix. La majorité des mathématiciens sortent un marteau, une vis ou encore une épingle pour atteindre la noix dit-il. Selon lui, il mettait cette même coquille dans un bain d’acide et la regardait lentement se dissoudre. En fait, la méthode de Grothendieck est fascinante car il « élève » le niveau mathématiques pour rendre le problème posé simple à ce niveau. Autrement dit, il développe une théorie entière, un environnement mathématique complexe et complet, puis regarde finalement la résolution naturelle de son problème. On peut regarder ses développements sur des dizaines de pages et ne jamais remarquer le chemin de sa démonstration.

C’est à partir de ce jour d’hiver où j’ai regardé ma pile de brouillon que j’ai compris. Nous parlons à travers les mathématiques et nos personnalités, dans une matière « si impersonnelle », ressortaient. Vous l’aurez compris, je suis du genre à écrire beaucoup. Alors, j’écris beaucoup de mathématiques, j’écris des réflexions qui mêlent mes calculs. Art et mathématiques, deux cloches qui résonnent et qui se répondent. Aujourd’hui, mon art est organisé autour de conception mathématique d'arrangement, de formes et de comptages. Après-tout, Victor Hugo a sûrement compté sur ses doigts au moins une fois pour faire un alexandrin.

J'écris principalement de la poésie et du cinéma. Dans ces deux domaines, j'ai toujours trouvé une application de la construction mathématique dite axiomatique. En partant de postulats assez simples et, par induction, déduire la suite de notre écriture. On imagine assez rarement pourtant le cadre assez imaginaire dans lequel peuvent évoluer les mathématiques. Il existe des conjectures qui n'ont pas encore été démontrées jusqu'à ce jour (de Riemann par exemple). Certains mathématiciens ont comme projet d'imaginer quelles seraient les mathématiques si on avait une démonstration d'une telle conjecture. « Dès lors que l'on admet, que peut-on en conclure ? »

En mathématiques cela est utile notamment pour motiver des scientifiques à se pencher sur une question. En art, on admet plus ou moins nos règles d'écriture, nos personnages, notre univers. L'art axiomatique : partons de postulats, de constructions et développons l'intrigue. Ainsi, on retrouve cet art premièrement chez certains mathématiciens qui utilisent directement des objets mathématiques pour créer une forme de divertissement.

One
Small,
Precise,
Poetic,
Spiraling mixture:
Math plus poetry yields the Fib. (*Pincus, Gregory K., GottaBook*)

Par exemple, dans ce poème sur la suite de Fibonacci[7], Gregory K. procède à une construction mathématique qui fait référence à la construction de cette suite. La suite de Fibonacci est la suivante :

11 2 3 5 8 13 21 34 55…

Chaque nombre de la suite est la somme des deux précédents. Et si l'on regarde ce poème, il suit la même construction en longueur. Le premier vers a une syllabe ; le deuxième une syllabe ; le troisième deux syllabes ; le quatrième cinq syllabes…

C'est à 17 ans que j'ai trouvé l'intersection entre la logique et les mathématiques. C'est plus tard que je découvert celle entre les mathématiques et l'art. En lisant les quelques membres de l'OuLiPo, dont on peut citer notamment Georges Perec, je retrouve dans l'exercice de l'écriture les mêmes saveurs que dans l'exercice des mathématiques. Il y a d'abord un énoncé, une problématique. Georges Perec se demande par exemple comment écrire un livre sans la lettre « e ». De toute une acrobatie littéraire, il écrit *La Disparition*. Raymond Queneau propose quant à lui une même petite histoire sans importance d'une cinquantaine de manières différentes dans *Exercice de style.* Les écrivains de l'OuLiPo appliquent directement la méthode mathématique, de la contrainte formelle et des règles absolues. Et finalement, je retrouve dans ces exercices littéraires les mêmes joies que dans mes exercices de mathématiques.

La musique minimaliste finalement révèle explicitement cette inspiration mathématique dans les arts. Les mathématiques construisent progressivement par des inductions simples, des concepts complexes voire chaotiques. Ainsi, Steve Reich figure importante de la musique minimaliste y a vu une opportunité : de patterns musicaux simplistes, créer une musique riche. Dans Piano Phase, Steve Reich imitera l'oscillation de pendules avec des longueurs de fil différentes. Formellement, il existe des équations qui font la prédiction du mouvement de chaque pendule.

$$\ddot{\theta}(t) + \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \sin\theta(t) = 0 \quad o\grave{u}\, T = p\acute{e}riode\ d'oscillation$$

Cependant, le mouvement entier de tous les pendules semble incohérent. A chaque aller-retour, chaque pendule se décale des autres, chacun différemment. Conclusion, on observe différentes phases. Certaines où les pendules semblent évoluer de manière harmonieuse, et dans d'autres de manière chaotique.

Dans la musique *Piano Phase*, Steve Reich fait évoluer deux patterns de pianos exactement identiques et très simples, sans harmonie. Puis régulièrement, l'un des patterns se décalera d'un temps dans la musique, créant de nouvelles oppositions de phases. Ce qui me fascine dans son écoute, c'est combien elle devient hypnotique puis soudainement chaotique et à nouveau harmonique, et cela dans des transitions presque naturelles : la musique évolue selon ses axiomes et ses règles. La majeure différence avec une sonate de Beethoven par exemple est que la création même et le choix artistique est mathématique. Formellement, étant donné un système à un état, on définit l’état suivant par une suite d’opération : cela ressemble presque à nos équations de mouvement de pendules.

Ma première écoute de cette musique a été moins exaltante que vous pourriez le penser -ça sera le cas pour vous aussi sûrement -. C’est en lisant les travaux, la réflexion de Reich que j’ai pu saisir la beauté de cette œuvre. Prenez le temps de vous poser et d’écouter, vous entendrez la construction mathématique. Je vous demande d’entendre et de faire attention, car vous pouvez capter directement la beauté mathématique. Nul besoin de mettre des accompagnements, ni même des harmonies. Il suffit de respecter les axiomes et, comme Steve Reich, d’avoir les bons développements, les bonnes équations. Ecoutez à nouveau, vous verrez combien cette musique d’apparence complexe relève seulement d’une architecture, d’induction et de développements. La mathématique s’exprime directement à travers l’art révélant à qui s'y intéresse sa beauté.

Voilà l’art mathématique ou la mathématique de l’art, c’est l’étrange rapport entre deux mondes. Certains mathématiciens essayent par leurs formules, leurs connaissances de transmettre la beauté qu’ils observent de l’autre côté de l’interface. Des esthètes contemplent sans cesse la beauté, et les plus fins, les plus attentifs, les plus intéressés remarqueront la discrète beauté mathématique. Ils remarqueront les symboles, les constructions mais aussi les relations.

Index (personnel) des mathématiciens

1PYTHAGORE : Peut-être à ce jour l'un des mathématiciens les plus connus, notamment par son célèbre théorème sur les triangles rectangles. On ne connaît hélas que très peu de la vie de Pythagore excepté ses travaux philosophiques qui a donné naissance à l'école pythagoricienne. Nous ne sommes pas totalement certains d'ailleurs qu'il ait été un scientifique. Son théorème éponyme avait été démontré avant qu'il n'ait pu le faire. Les pythagoriciens ont eu une importance notable dans le développement de la culture mathématiques de la Grèce Antique.

2EINSTEIN : Une légende raconte qu'Einstein était mauvais en mathématiques. Une lecture de ses théories permet de se rendre compte qu'il n'était pas mauvais cela dit. Ses travaux notables ont contribué à la fondation et aux développements des deux théories fécondes de la physique moderne, la physique quantique et la relativité. Deux domaines qui ont entraîné une accélération des mathématiques de l'époque pour suivre les avancées des physiciens. Sur une note personnelle, j'ajoute regretter l'effet Einstein qui tend à invisibiliser au grand public des centaines de scientifiques qui ont aussi contribué à la théorie d'Einstein. Dans cette démarche, on oublie, et peut-être que cet écrit autocentré l'oublie aussi, que les sciences sont collaboratives.

[3]EULER : Mathématicien Bâlois du XVIIIe siècle, on le considère aujourd'hui encore comme le mathématicien qui a le plus marqué la discipline. A raison d'une productivité croissante, des publications et des résultats majeurs, il a inscrit son nom dans tous les domaines mathématiques de l'époque, et a même contribué à la naissance de la théorie des graphes. Nombreuses sont les notations qui viennent de ses écrits. Parmi elles, on peut notamment citer la notation f(x) pour l'évaluation d'une fonction en x. Si cela n'est pas assez pour vous impressionner, il a fini par devenir aveugle à la fin de sa vie. Non seulement, il n'a pas arrête de faire des mathématiques mais il a aussi augmenté sa productivité et écrit un article mathématique par semaine en moyenne.

[4] GAUSS : Mathématicien allemand entre le XVII et XVIIIe siècle, il est aussi appelé « Le prince des mathématiques ». Son domaine de prédilection était l'arithmétique qu'il considérait comme la discipline reine au sein des mathématiques. Ses archives ont permis de découvrir aussi d'importants travaux dans des mathématiques nouvelles à l'époque comme la géométrie « non-euclidienne ». Ou encore des riches conversations avec la mathématicienne français Sophie Germain . Il est, si on peut dire, en concurrence

avec L.Euler sur cette fameuse place de « plus grand mathématicien de tous les temps ».

5RAMANUJAN : Mathématicien indien du XXe siècle, la description faite du personnage est assez complète dans la partie concernée. Il a découvert les mathématiques par un formulaire de formules à connaître pour commencer son année à Oxford. Un formulaire qui ne contenait aucune démonstration. Ramanujan a alors retrouvé toutes les formules par lui-même, de 13 à 16 ans. Il était particulièrement attaché aux nombres et aux relations qu'ils avaient, c'était pour lui des messages divins. En témoigne la célèbre anecdote du taxi racontée par Hardy :

« Je me souviens que j'allais le voir une fois alors qu'il était malade, à Putney. J'avais pris un taxi portant le numéro 1729 et je remarquais que ce nombre me semblait peu intéressant, ajoutant que j'espérais que ce ne fût pas mauvais signe.

— Non, me répondit-il, c'est un nombre très intéressant : c'est le plus petit nombre décomposable en somme de deux cubes de deux manières différentes »

On a effectivement $9^3 + 10^3 = 1^3 + 12^3 = 1729$

Il est hélas mort jeune, avant de pouvoir totalement développer ses mathématiques.

7HARDY : Mathématicien britannique, il est notamment très connu pour sa collaboration avec Ramanujan. Il a aussi œuvré dans la vulgarisation de la pensée mathématique dans un *L'Apologie d'un mathématicien*, un essai qui constitue un témoignage d'un mathématicien sur les mathématiques et sur la beauté qu'il trouve dedans. Cela vous fait peut-être penser à un autre livre que vous lisez en ce moment. En outre, il a réalisé des publications importantes sur la théorie des nombres.

8GROTHENDIECK : Mathématicien français connu entre autres pour ses développements sur la géométrie algébrique. Il a également fourni de riches archives, notamment une biographie dans laquelle on peut lire ses réflexions sur ses propres mathématiques, *Récoltes et Semailles*. Ce qui m'a touché lorsque j'ai découvert ce mathématicien, c'est combien il brisait l'image de la mathématique fondamentale comme paradis de tout mathématicien. Il expliquait justement combien les mathématiques extrêmement fondamentales rendaient les hommes fous, tristes et perdus. Il ironisait presque en disant que c'était se rendre malade pour être compris par à peine dix personnes dans le monde.

APPENDICE D'INDEX

SOPHIE GERMAIN : Je conviens, et je déplore, le manque de femmes dans cet écrit. Malheureusement, je n'ai jamais eu de figures féminines dans les mathématiques que j'ai pu faire en grandissant. C'est assez tard, en classe préparatoire que j'ai découvert des femmes dans les mathématiques. Sophie Germain m'avait touché quand j'ai découvert son histoire. Contemporaine de Gauss, elle avait dû se faire passer pour un homme pour être reconnue. Aujourd'hui, ses travaux sont davantage reconnus, notamment pour avoir introduit ce qu'on appelle les nombres de Germain. Une aura s'ajoute à ses conversations avec Gauss, ou encore ses écrits. Elle démontrait une passion dévorante, une joie certaine qui rend ses mathématiques passionnantes. Outre le caractère théorique intéressant de ses résultats, elle inspire une beauté différente des mathématiques : faire des mathématiques envers et contre-tout.

MARJORIE RICE : Marjorie Rice était une mathématicienne américaine de 1980 à 2000. Elle a travaillé majoritairement dans les pavages pentagonaux. Donc comment recouvrir un plan par des polygones à cinq côtés. Mais, elle n'était pas destinée à cela. En fait, 30 ans avant, alors qu'elle devait choisir ses études, ses parents l'ont forcé à abandonner les mathématiques, qu'elle appréciait.

Elle a fini par se marier, abandonner son travailler et s'occuper de ses enfants. L'un de ses fils, un ingénieur était abonné à une revue mathématique. En cachette, elle lisait les articles jusqu'au jour où elle tombe sur un article sur les pavages pentagonaux : « Il y a exactement 8 types de pavages pentagonaux ». Elle s'est alors intéressée au sujet, en deux mois seulement, elle trouve un nouveau pavage prouvant que l'article était erroné. En cinq mois, elle rentrait en contact avec une mathématicienne experte du sujet. Elle avait non seulement, par elle-même, définie des notations nouvelles pour ce problème, mais aussi trouver des nombreux pavages supplémentaires. Ces notations étranges démontraient plus facilement des propriétés non triviales des pavages. Elle a fini les vingt dernières années de sa vie en mathématicienne timide, qui ne se montrait pas en public.

Perdre des talents comme cela est si regrettable, tant ils ont apporté des nouvelles visions, de nouvelles esthétiques aux mathématiques présentes. Et ses nombreuses histoires de femmes dans les sciences me font toujours regretter. On pense à ces mathématiciens morts jeunes qui n'ont pas pu offrir tout leur talent mais on oublie souvent les mathématiques des Marjorie Rice qui seront enfermées toute leur vie à cause de « rendez-vous manqués ».

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Martin Aigner, Günter M. Ziegler, 1998 *Proofs from THE BOOK*, Berlin, Germany : Springer.

Sur les résultats et les preuves élégantes, et plus généralement la vision des mathématiques selon Paul Erdos.

Pierre Baumann, 2005 Cours d'histoire des mathématiques pour l'IRMA de Strasbourg.

https://irma.math.unistra.fr/~baumann/polyh.pdf

Cours de mathématiques revenant sur l'histoire, notamment évoquée dans la partie I avec les mathématiques mésopotamiennes.

Steve Reich, 1967 Piano Phase, New York : Universal Edition.

Gregory Pincus, 2006 , *The Fib*

[01/02/2023] http://gottabook.blogspot.com/2006/04/fib.html

Etienne Klein, Cédric Villani, mars 2022, Comment travaillent les mathématiciens ? Le cas d'Alexandre Grothendieck, Science en questions, France Culture. 50 minutes.

Discussion autour des mathématiques de Grothendieck, sa vision ainsi que sa manière d'en faire

MAXENCE JAUBERTY

Une beauté froide et austère

On me demande sans cesse "Pourquoi tu aimes les maths ?" Ce n'est pas son utilité que j'aime. Après tout, je n'aime ni mon ni mon tournevis.

J'aime que chaque jour où je gratte mon papier, un miracle se produit. D'un coup de crayon, je peux déplacer des planètes, ou bien des molécules. Je ne suis pas un magicien, mais je croirais à cette sorcellerie. Je peux développer pendant trois heureus des calculs, des réflexions d'abstractions totales. Je peux tricher sur l'univers et trouver ses relations. A la fin, je gagne, je trouve des réponses. La victoire, mon résultat né d'idées impossibles venait de résoudre le problème. Voilà de quoi toucher mon coeur d'enfant.

L'objet mathématique se façonne, se dessine. L'esprit s'affine, les relations deviennent évidentes. C'est après une lente concoction qu'on exhibe sur son papier les résultats. Soudain, on regarde essouflé intellectuellement, son petit bout de mathématiques. Tant d'effort pour si peu de lignes.

Tout n'est pas mathématiques, mais les mathématiques m'ont enseigné le sens des relations, de l'harmonie. Regardez et observez, vous ferez au moins la moitié du travail mathématique. Repérez les liens, c'est cela qui révèle la beauté mathématique : d'une étonnante simplicite construire une pensée complexe.